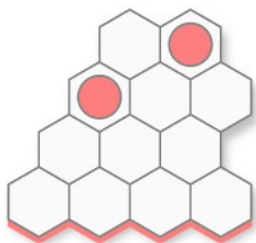
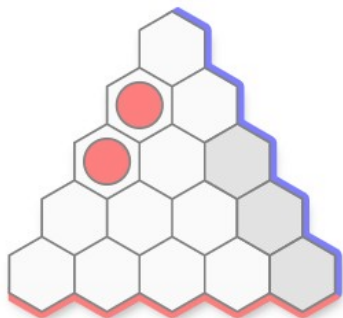


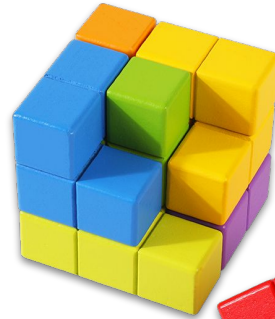
Hex

Torneo Abierto EPM
18/03/23



Introducción

- **Hex** es un juego abstracto de *conexión* para dos jugadores
- Fue inventado por Piet Hein en 1942, un ingeniero, diseñador, matemático y poeta danés (también inventó el cubo de Soma)
- En 1948, fue redescubierto por el matemático John Nash (ganador del premio Nobel de Economía y del premio Abel, y conocido por la película *Una mente maravillosa*)
- Fue popularizado por el gran divulgador matemático Martin Gardner en 1957



Piet Hein con dos de sus creaciones



No soy en absoluto un excelente jugador de Polygon y no me siento obligado a serlo solo por ser el inventor del juego.

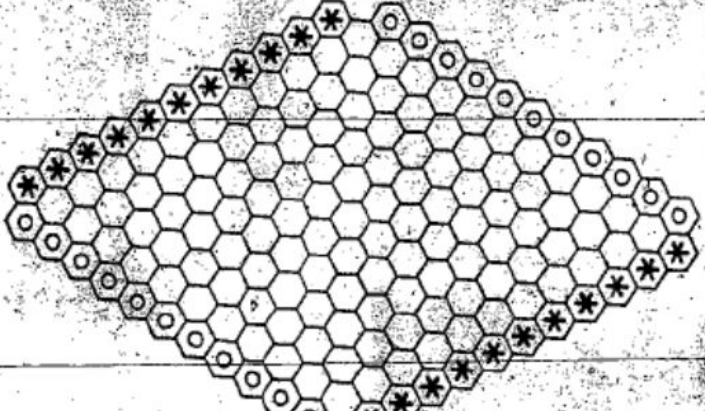


TIKEN 26. December 1942

Vil De lære Polygon?

Piet Hein har konstrueret et Spil, der med lige stor Glæde kan dyrkes af Skakesperten og den, der blot kan holde en Blyant

„Politiken“ udskriver i Dag en Præmieopgave, der vil volde Hovedbrud for Begyndere



ten kan afbryde Forbuddelen ved at besætte det mellemste Felt, dens Anvendelighed ligger hos Bøkkernes Placering i den videre Omegn. I det hele taget viser det sig snart nødvendigt at lægge en større Del af Spillebrættet med i Betragtning.

En anden Erfaring, som kommer senere, men som man kan lette Spillefs Begyndelse ved at røbe, er, at det betaler sig at begynde i hvert Fald nogenlunde paa Midten. En rimelig, men paa ingen Maade nødvendig Aabning af Spillet er denne:

Paa Spillebrættet i Midten er Hvid begyndt i Midterfeltet. Sort har Sæt i Kontaktfeltet til det, med Imod Midten paa Hvids Front og derved gjort to nyttige Felter, som staar i Vinkelstilling til Midterfeltet, usikre. Hvid har saa vaegt et Felt i Kontakt med sin første. Og nu svarer Sort med at besætte et Vinkelfelt, som vilde være meget nyttigt for Hvid. Hvor skal nu Hvid sætte? Der er forskellige gode Muligheder.

Saadan er dette Spil nu begyndt. Nu kan enhver fortsætte. Det er altsaa Hvids Tur! Man skal ikke være uspekulerende fra Begyndelsen. Der er ingen bedre Vej til at lære Spillet end at spille les. Det er nyttigt at se skiftende Offensiver

Primera aparición del Hex (entonces llamado Polygon) en el periódico danés *Politiken* (26 de diciembre de 1942)

MATHEMATICAL GAMES

Concerning the game of Hex, which may be played on the tiles of the bathroom floor

by Martin Gardner

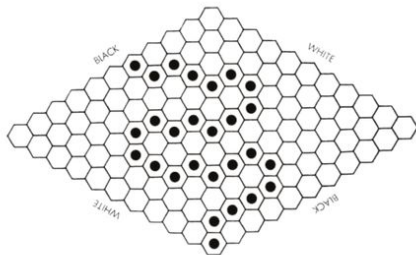
It is something of an occasion these days when someone invents a mathematical game that is both new and interesting. Such a game is Hex, introduced 15 years ago at Niels Bohr's Institute for Theoretical Physics in Copenhagen. Hex may well become one of the most widely played and thoughtfully analyzed new mathematical games of the century. It swept the Scandinavian countries in the middle 1940s, and in 1949 it was taken up by game theorists in the U. S. Later Claude E. Shannon and Edward F. Moore of the Bell Telephone Laboratories designed and built an analogue computer capable of playing a moderately good game of Hex.

Hex is played on a diamond-shaped board made up of hexagons [see illustration at the bottom of this page]. The number of hexagons may vary, but the board usually has 11 on each edge. Two opposite sides of the diamond are labeled "black"; the other two sides are "white." The hexagons at the corners of the diamond belong to either side. One player has a supply of black pieces; the other, a

supply of white pieces. The players alternately place one of their pieces on any one of the hexagons, provided the hexagon is not already occupied by another piece. The objective of "black" is to complete an unbroken chain of black pieces between the two sides labeled "black." "White" tries to complete a similar chain of white pieces between the sides labeled "white."

The chain may freely twist and turn; an example of a winning chain is shown in the illustration at the bottom of the page. The players continue placing their pieces until one of them has made a complete chain. The game cannot end in a draw, because one player can block the other only by completing his own chain. These rules are simple, yet Hex is a game of surprising mathematical subtlety.

Hex was invented by Piet Hein, who must surely be one of the most remarkable men in Denmark. Hein began his career as a student at the Institute for Theoretical Physics; then his industrial inventions switched him to engineering, where he remained until the Germans invaded Denmark in 1940. Because Hein was the head of an anti-Nazi group, he was forced to go underground. After the



A winning chain for "black" on a Hex board with 11 hexagons on each side

Do you think about angular acceleration?



CONVAIR
Division of General Dynamics Corporation
does...

and uses Statham Angular Accelerometers to test...

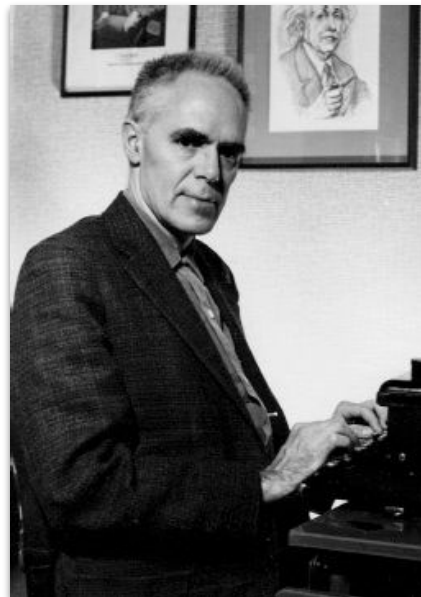


B-58 Hustler... the first supersonic bomber for the United States Air Force.


Statham liquid rotor angular accelerometers are rugged and reliable. They may be ordered with either an unbonded strain gage or inductive pickup and are available in ranges from ± 1.5 to ± 2000 rad/sec².

Please request our Accelerometer Catalog and Instrument Notes No. 26 "Some Design Considerations For Liquid Rotor Angular Accelerometers"

Statham
LABORATORIES
LOS ANGELES 24, CALIFORNIA



SCIENTIFIC AMERICAN



WEED CONTROL BY INSECT

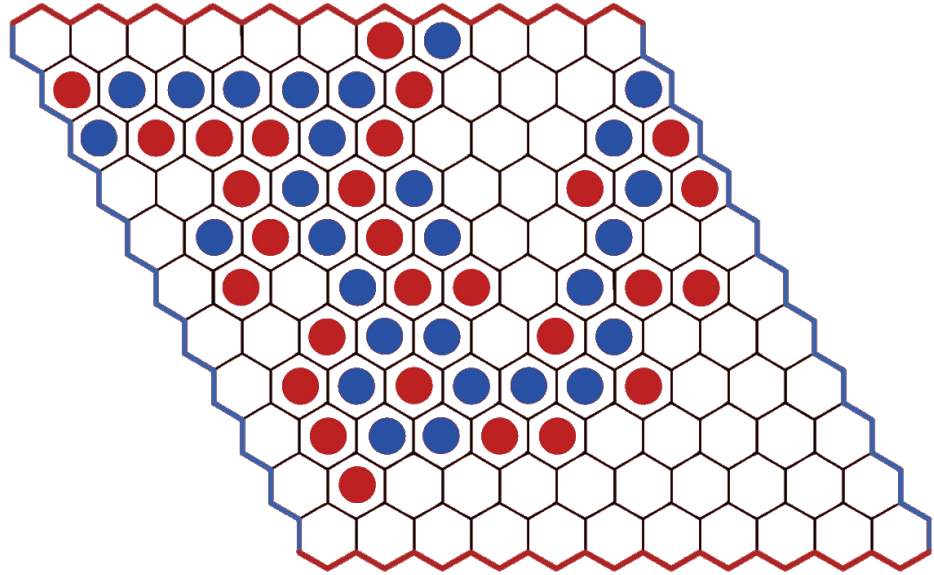
FIFTY CENTS
July 1957

© 1957 SCIENTIFIC AMERICAN, INC.

El artículo de Martin Gardner en *Scientific American* que popularizó el juego entre la comunidad matemática (julio de 1957)

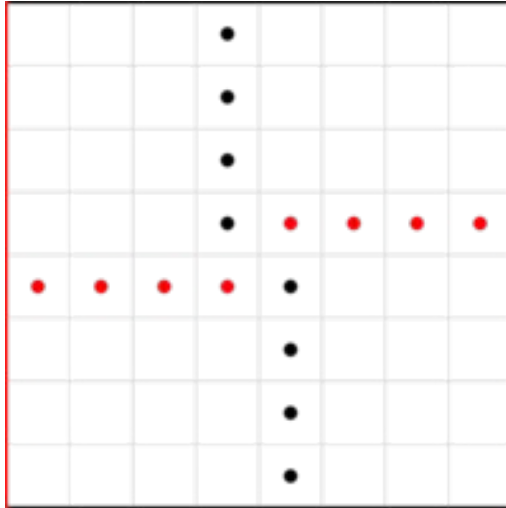
Reglas

- El objetivo de cada jugador es **conectar los dos lados de su color.**
- En cada turno, el jugador coloca una de sus fichas en una casilla vacía.
- El jugador que logre formar un camino de fichas de su color que conecte sus lados, gana.
- ¡No hay empates!

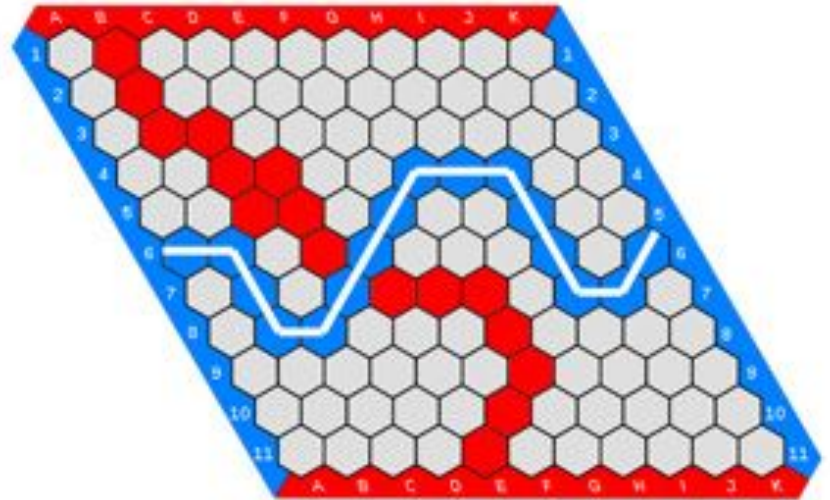


¿Qué color ha ganado?

¿Por qué hexágonos?



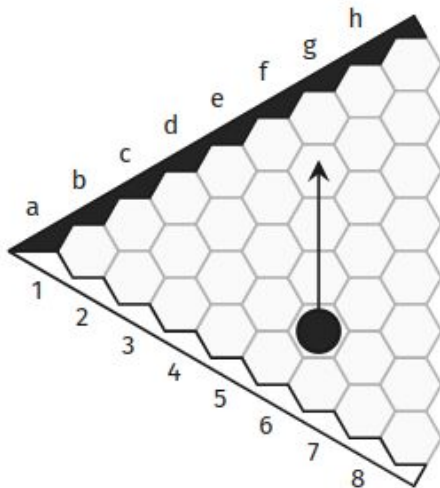
En un tablero con casillas cuadradas, los caminos de los jugadores podrían bloquearse, haciendo imposible que ninguno conecte sus lados.



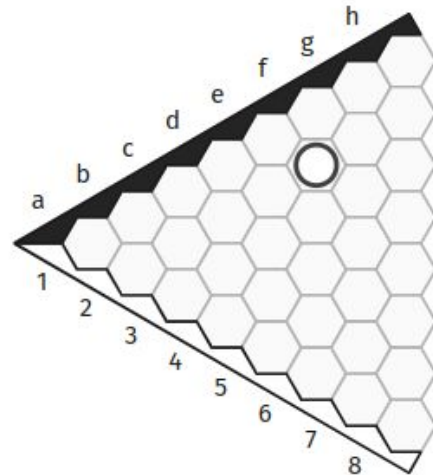
Con casillas hexagonales, no es posible bloquear.
¡Siempre habrá un ganador!

La regla del pastel

- Con las reglas básicas, el primer jugador tiene una gran ventaja
- Para equilibrar el juego, se introduce la *regla del pastel*
- Se llama así porque es equivalente al método para repartir una porción de pastel entre dos personas de forma justa: uno hace el corte y el otro elige el trozo



Las negras hacen la primera jugada de la partida en **b5**



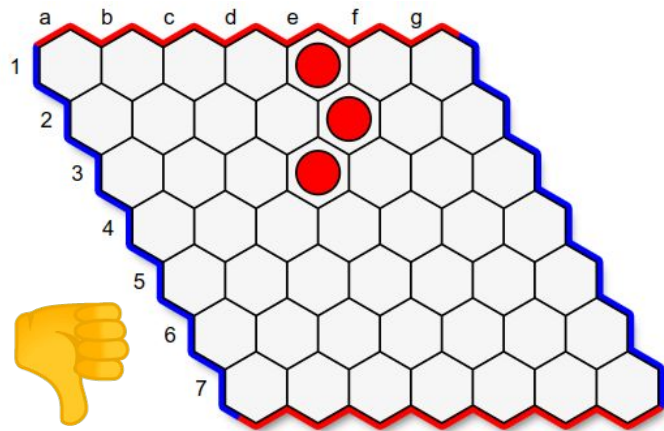
Las blancas deciden quedarse con esa jugada.

La ficha se mueve a la casilla simétrica (**e2**) y cambia de color.

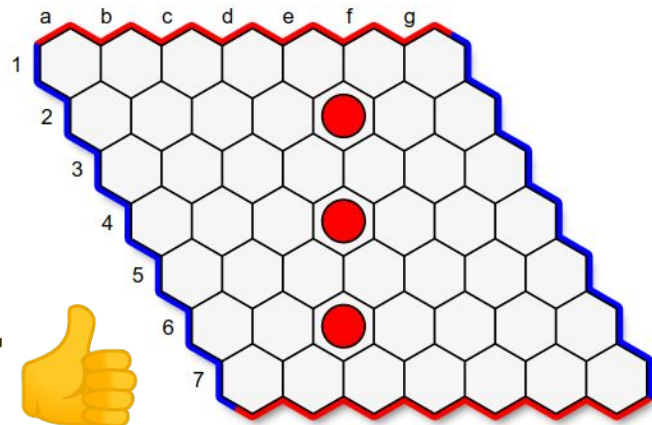
Ahora el juego sigue normalmente.

Estrategia básica

- Como no hay empates, no hay diferencia entre atacar y defender: no te centres solo en tu camino, ¡fíjate también en el de tu contrincante y trata de bloquearlo!
- Usa todo el tablero, ¡no pongas todos los huecos en la misma cesta!



Las rojas ocupan poco tablero.
¡Mala idea!

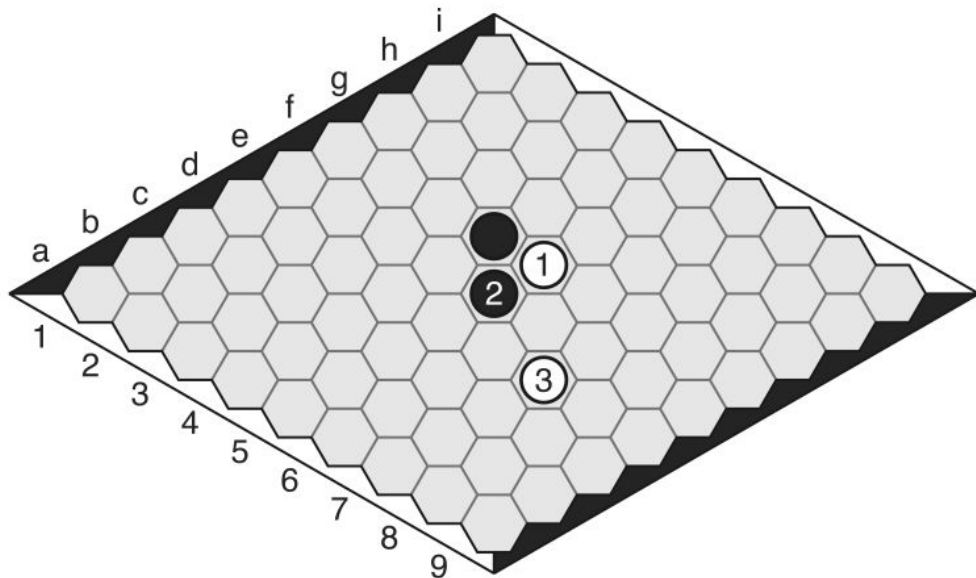


Aquí abarcan más territorio con las
mismas fichas. ¡Mucho mejor!

Estrategia básica

Para bloquear al contrincante, no siempre hay que jugar cerca de sus fichas.

Podemos jugar nuestras fichas más lejos, lo que nos da más posibilidades.

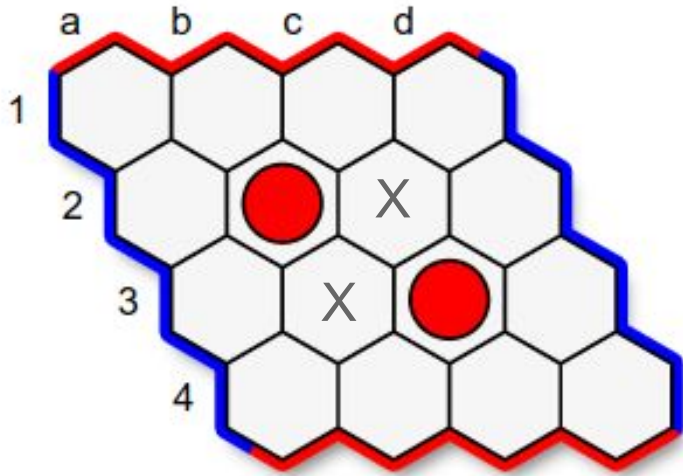


La primera jugada de las blancas (1) permite a las negras esquivar (2).

En cambio, ¡la siguiente jugada (3) resulta mucho más efectiva!

El puente

No es necesario que dos fichas estén totalmente conectadas para que la conexión sea sólida: un patrón muy importante es **el puente**.



Las fichas rojas están conectadas por dos casillas (b3 y c2).

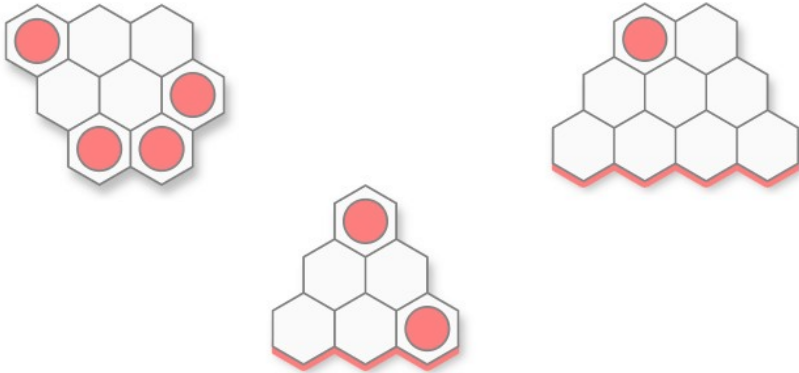
Si el azul ocupa una de ellas, el rojo simplemente ocupará la otra.

Además, las fichas rojas también están conectadas a cada lado por dos casillas. ¡En esta posición, **el rojo ya ha ganado!**

Patrones

Un patrón es una distribución de fichas que **asegura una conexión**.

El puente es el más importante, ¡pero hay muchos otros!

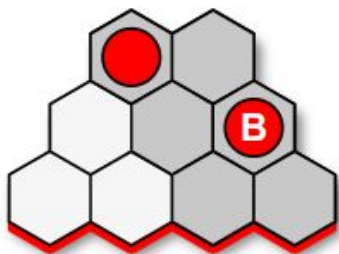
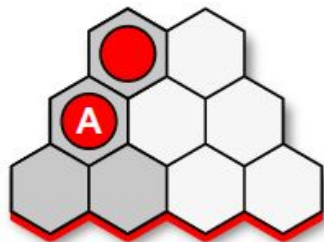
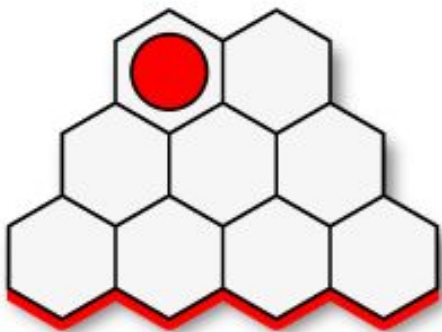


No es necesario tener una ficha justo en el borde para que esté conectada.
La posición de arriba permite responder a cualquier intrusión del contrincante.

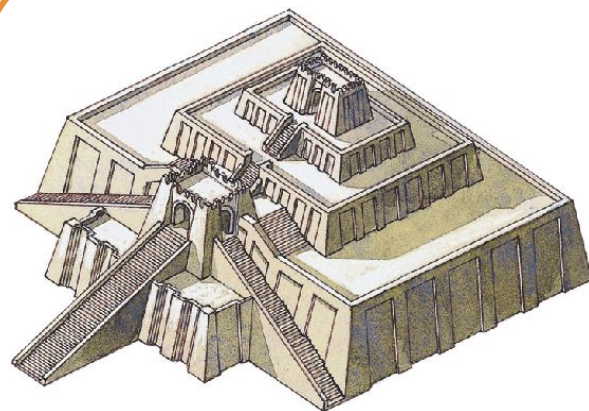
El zigurat

Si una ficha está en la tercera fila y el resto de casillas del patrón están vacías, la ficha está a todos los efectos conectada.

Este patrón se conoce como el **zigurat**.

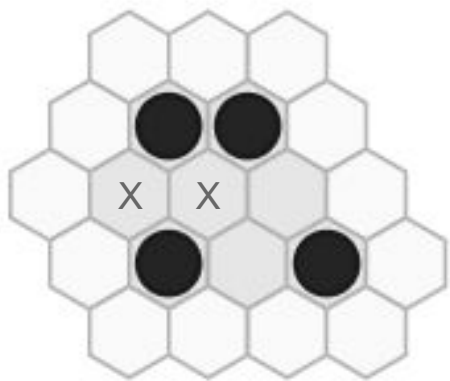


Las rojas tienen dos caminos independientes para defenderse de una intrusión.



Los zigurats eran unas construcciones de la antigua Mesopotamia.

El trapecio



Cuatro fichas que forman un **trapecio**.

Las casillas más oscuras han de estar vacías.

Las casillas marcadas con X forman un **punte**.

Las negras pueden responder a cualquier intrusión y mantener la conexión.

La rueda



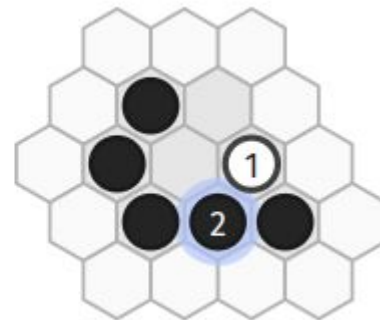
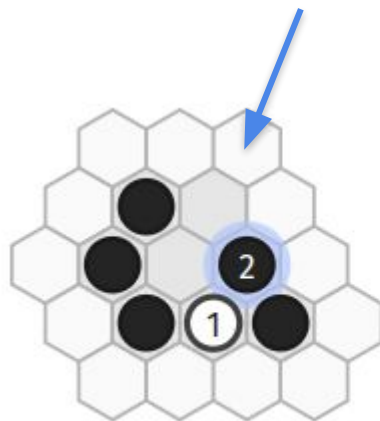
Tres fichas que forman una **rueda**.
Es importante que las casillas más
oscuras estén vacías.

Las negras pueden responder a cualquier
intrusión y mantener la conexión.

La luna



En este caso, las negras quedan conectadas mediante un puente.



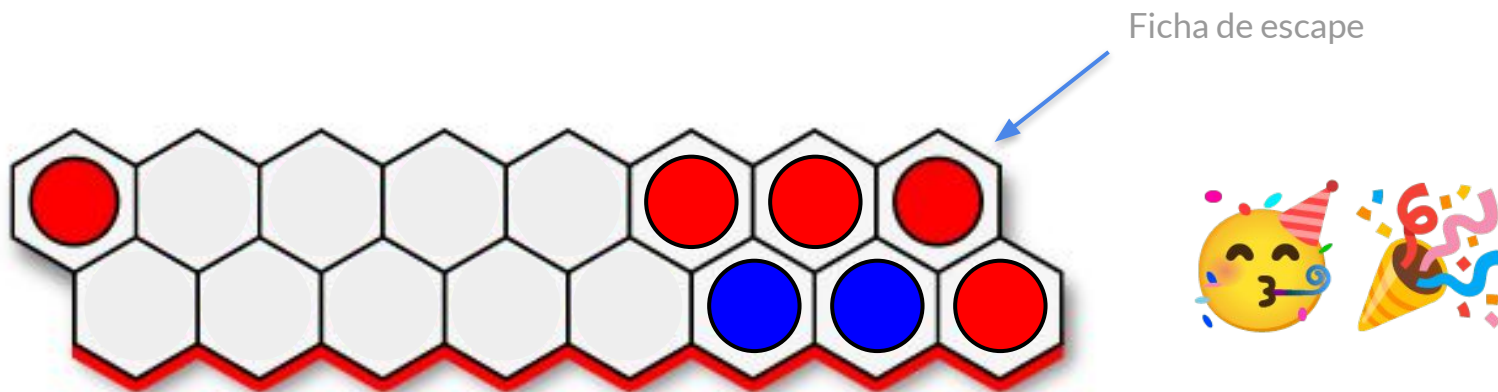
Cuatro fichas que forman una **luna**.
Es importante que las casillas más oscuras estén vacías.

Las negras pueden responder a cualquier intrusión y mantener la conexión.

Tácticas: la escalera

Una secuencia que aparece habitualmente es la **escalera**.

En el ejemplo, las rojas quieren conectar con el lado inferior, y las azules tratan de impedirlo. Afortunadamente para las rojas, poseen una ficha que les servirá de escape y les permitirá conectar con su lado.



¿Se ha resuelto Hex?

- Juegos sencillos como el tres en raya y algunos más complejos como las [damas](#) o el [Conecta 4](#) han sido resueltos. Es decir, un ordenador puede jugar *perfectamente*.
- A pesar de sus sencillas reglas, Hex ha sido resuelto solo para tableros pequeños.
- Se sabe que, usando la regla del pastel, el segundo jugador tiene una estrategia ganadora, ¡pero no sabemos cuál!
- En 2013 se resolvió completamente el tablero de 9x9, ¡pero los tableros más grandes aún no están resueltos!
- El tablero de 11x11 tiene aproximadamente $2,4 \times 10^{56}$ posiciones posibles. En comparación, el ajedrez tiene “solo” $4,6 \times 10^{46}$ posiciones.



¿Estrategia ganadora?

Hemos mencionado que, jugando con la regla del pastel, el segundo jugador tiene una estrategia ganadora. ¿Por qué?

¡Hay una forma sencilla de demostrarlo!

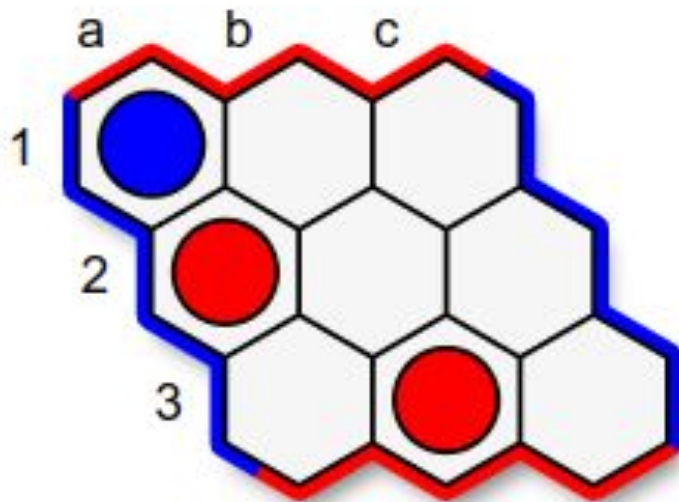
- En primer lugar, puesto que el empate es imposible, debe existir una estrategia ganadora para algún jugador.
- Supongamos que existe para el primero.
- Pero si el primer jugador hace la jugada óptima, el segundo se la puede quedar (por la regla del pastel), y si no hace la jugada óptima, ¡entonces el segundo jugador puede hacerla!

Conclusión: el segundo jugador tiene una estrategia ganadora...

¡Pero no sabemos cuál!

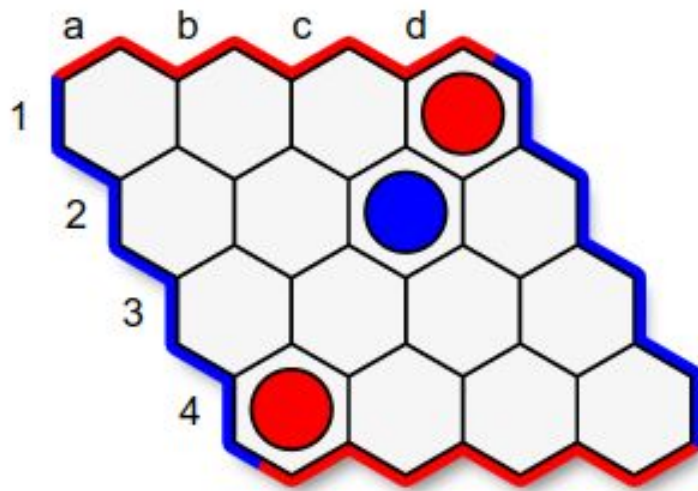


Puzzle 1



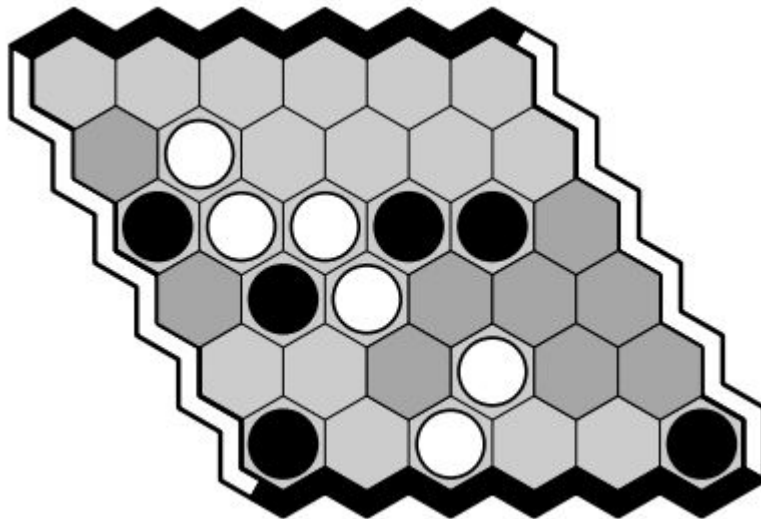
Azules juegan y ganan

Puzle 2



Azules juegan y ganan

Puzle 3



¿Dónde deben jugar las negras?

Los primeros puzles

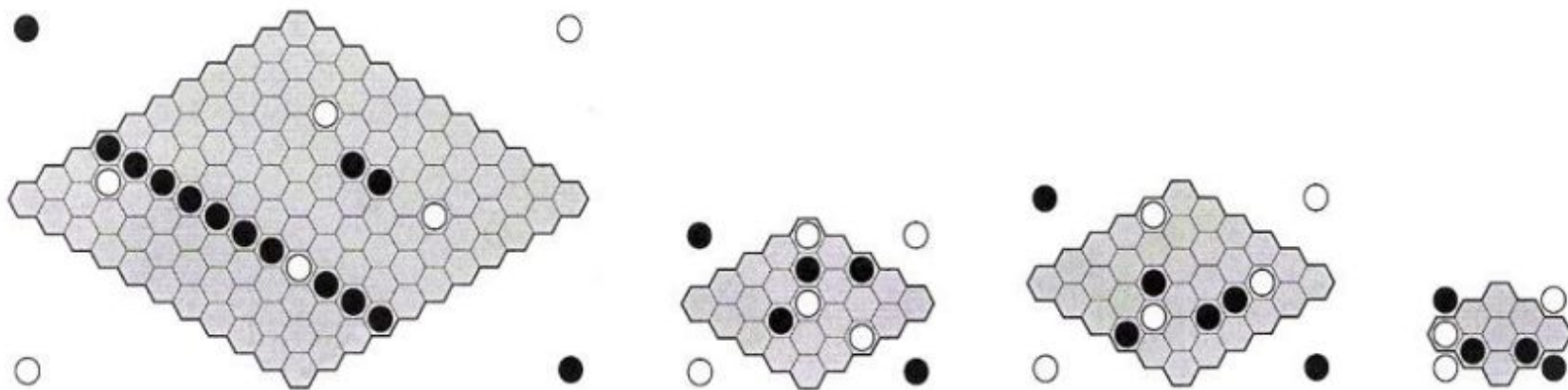


Fig. 1. Hein Puzzles 1-4

Piet Hein creó muchos puzles para el diario *Politiken*

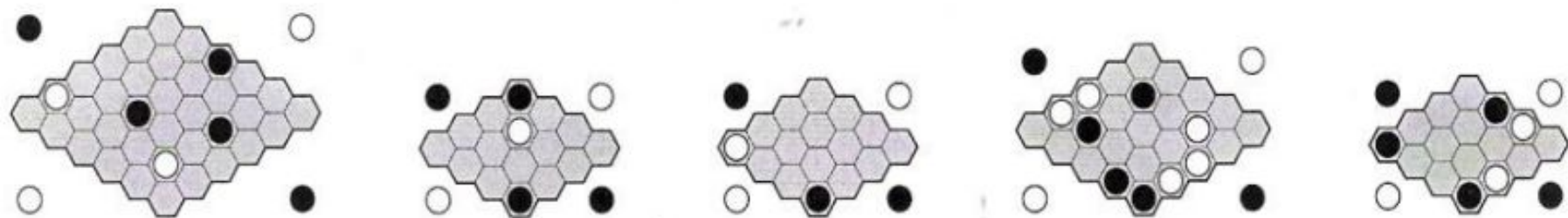


Fig. 2. Hein Puzzles 5-9

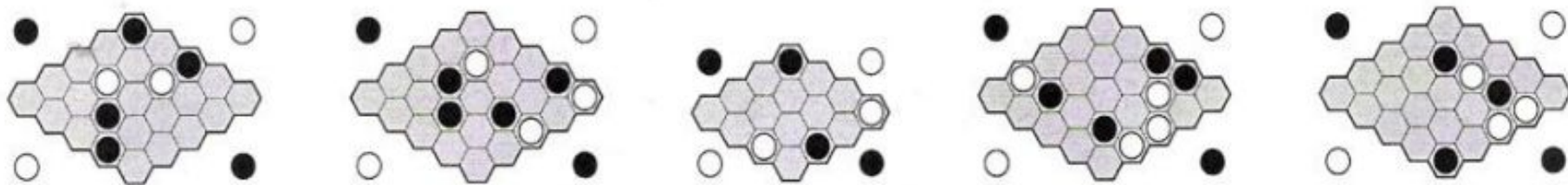


Fig. 3. Hein Puzzles 10-14

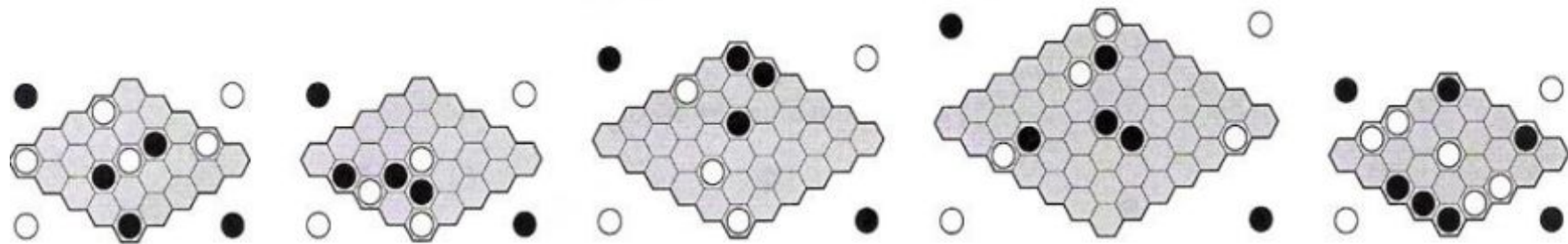


Fig. 4. Hein Puzzles 15–19

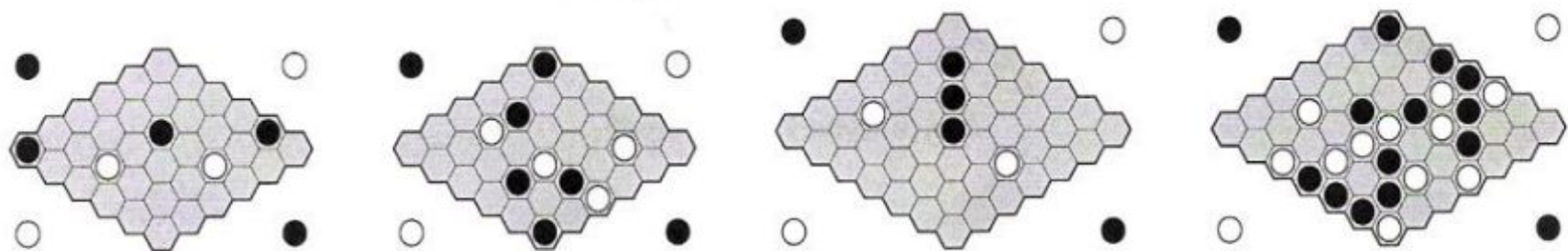


Fig. 5. Hein Puzzles 20–23

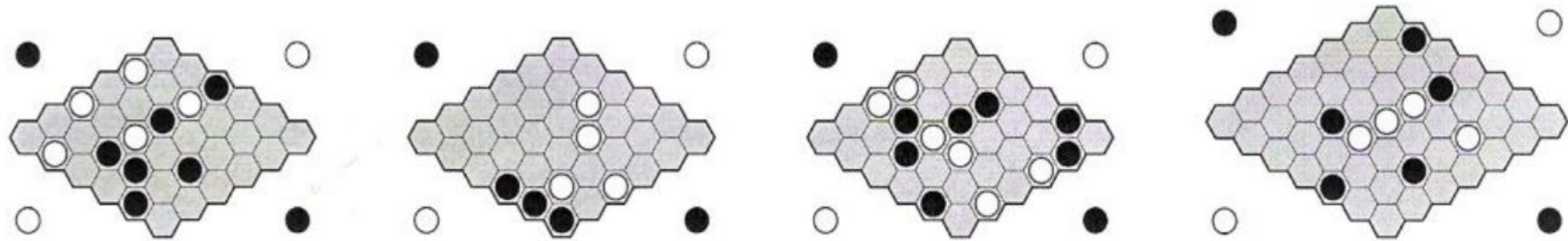


Fig. 6. Hein Puzzles 24-27

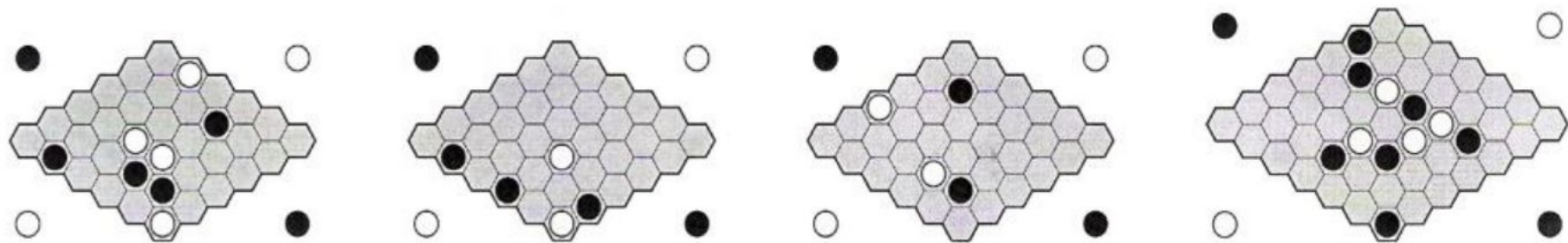


Fig. 7. Hein Puzzles 28-31

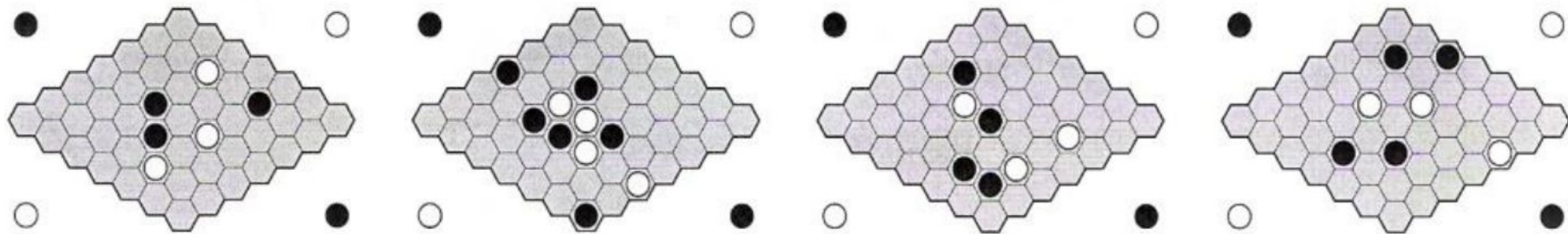


Fig. 8. Hein Puzzles 32–35

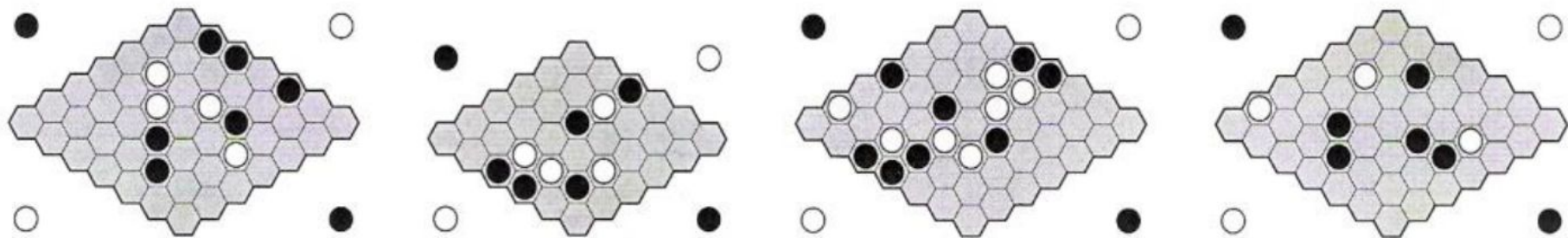


Fig. 9. Hein Puzzles 36–39

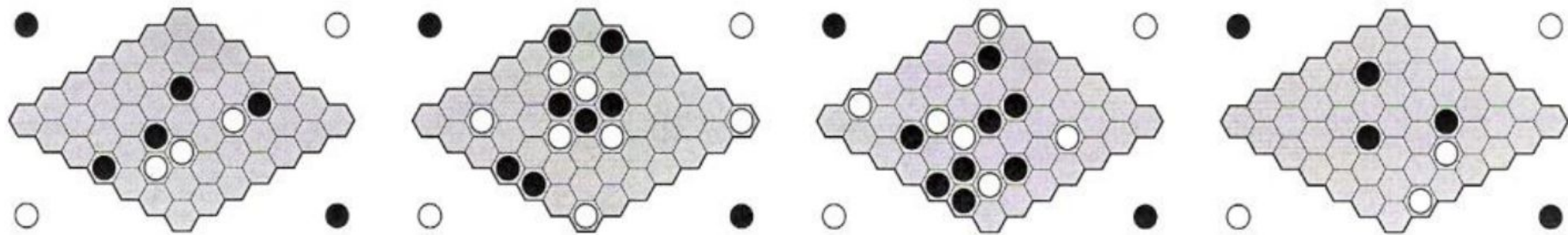


Fig. 10. Hein Puzzles 40–43

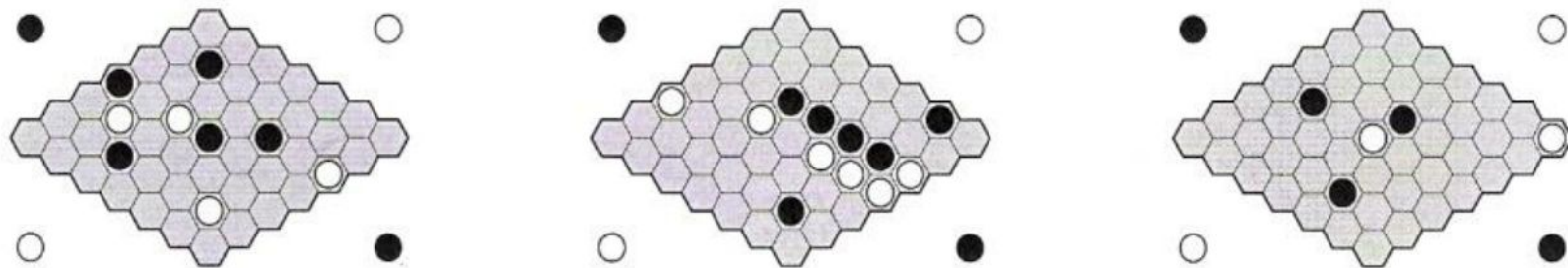
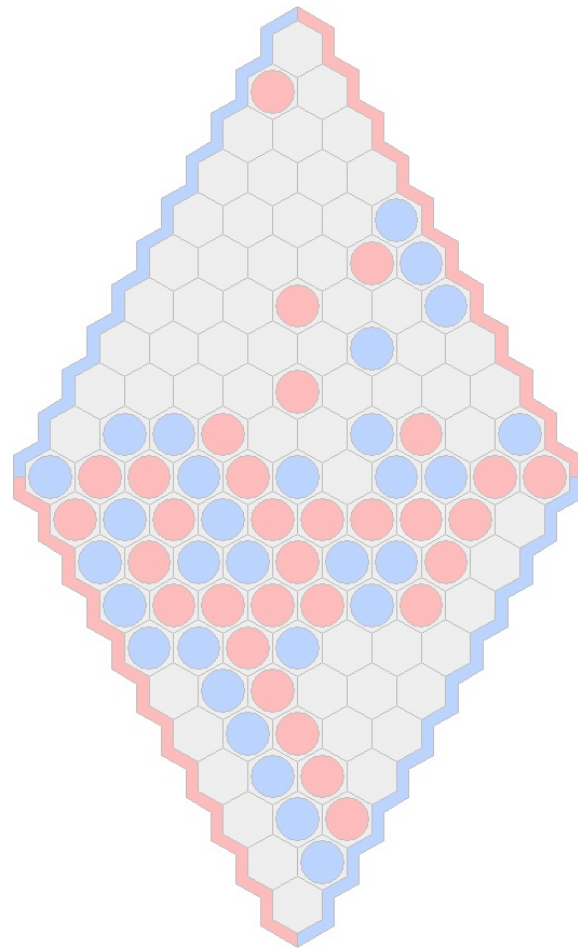


Fig. 11. Hein Puzzles 44–46

Recursos

Hay muchos recursos para jugar y aprender.

- [Hex: A Strategy Guide](#) (la mejor guía, en inglés)
- [Puzles de Hex](#) (cientos de puzles ordenados por dificultad)
- [HexWiki](#) (contiene un montón de información, en inglés)
- [LittleGolem](#) (para jugar por turnos)
- [BoardGameArena](#) (para jugar en tiempo real)
- [Computer Hex](#) (grupo de investigación sobre Hex)



Estrategia (resumen)

Hay varias ideas que conviene tener en cuenta:

1. **Distribuye tu influencia por el tablero.** Tendrás más opciones si tus fichas controlan más espacio.
2. **Recuerda el objetivo.** Hay que formar un camino de tu color, ¡pero también evitar que lo forme el contrincante!
3. **Defiende a distancia.** Una ficha no es más efectiva por estar más cerca de una ficha del contrincante. Trata de obstaculizar su camino a cierta distancia.

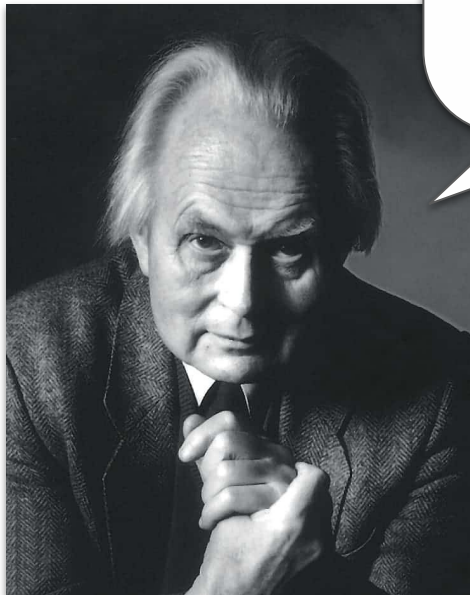


Una última reflexión

Piet Hein es también conocido por sus poemas cortos, llamados *gruks*.

Algunos fueron traducidos por él mismo al inglés.

Este encierra un buen consejo,
¡tanto para el Hex como para la vida misma!



The road to wisdom?
Well, it's plain
And simple to
express:
Err
and err
and err again,
but less
and less
and less.

¿El camino a la sabiduría?
Es bien claro
y fácil de expresar:
yerra
y yerra
y vuelve a errar,
pero menos
y menos
y menos.

